COLLEGE SOUALIGA **Saint Martin GUADELOUPE**

BREVET BLANC 3ème - MATHEMATIQUES

1er Février 2008 - Durée : 2 heures

L'usage d'instrument de calcul, en particulier d'une calculatrice de poche – éventuellement programmable et alphanumérique – à fonctionnement autonome, non imprimante, est autorisé conformément à la circulaire n°86-228 du 28 juillet 1986 publiée au B.O. n°34 du 2 octobre 1986.

La présentation, la clarté du raisonnement, la rigueur de la rédaction seront des critères pris en compte dans la note attribuée à cette épreuve.

Activités numériques (12 points)

Exercice 1 : (sur 4)

1. Calculer A et B en donnant le résultat sous la forme simplifiée : $A = \frac{5}{18} - \frac{1}{4} \times \frac{8}{3} + \frac{7}{6}$ $B = \frac{4 - \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}$

2. Calculer C en donnant le résultat sous une forme scientifique : $C = \frac{3 \times 10^5 \times 6 \times 10^3}{2 \times 10^7 \times 45 \times 10^{-2}}$

3. Calculer D en donnant le résultat sous la forme $\mathbf{d}\sqrt{\mathbf{e}}$, où **d** et **e** sont des nombres entiers, **e** étant l'entier le plus petit possible : $D = \sqrt{50} + 2\sqrt{18}$

Exercice 2 : (sur 4,5)

On considère l'expression $A = (2x - 3)^2 - (2x - 3)(x + 2)$.

1. Développer et réduire A.
2. Factoriser A.
3. Résoudre l'équation $(2x - 3)(x - 5) = 0$.
4. Calculer A pour $x = -2$.

Exercice 3 : (sur 3.5)

1. Rechercher le PGCD de 294 et 210 en détaillant les calculs.

2. Les deux nombres sont-ils premiers entre eux ? Justifier.

3. En expliquant, simplifie $\frac{210}{294}$.

4. Un collège décide d'organiser une épreuve sportive pour tous les élèves. Les professeurs constituent le plus grand nombre possibles d'équipes identiques.

a. Sachant qu'il y a 294 garçons et 210 filles, quel est le plus grand nombre d'équipes que l'on peut faire ?
b. Combien y a t-il de filles et de garçons dans chaque équipe ?
Justifier clairement vos réponses.

Activités géométriques (12 points)

Exercice 1 : (sur 5)

1. Tracer le cercle *C* de centre O et de diamètre [AB] tel que AB=6cm.
Placer le point D du cercle *C* tel que AD=4cm.

2. Démontrer que ABD est un triangle rectangle.

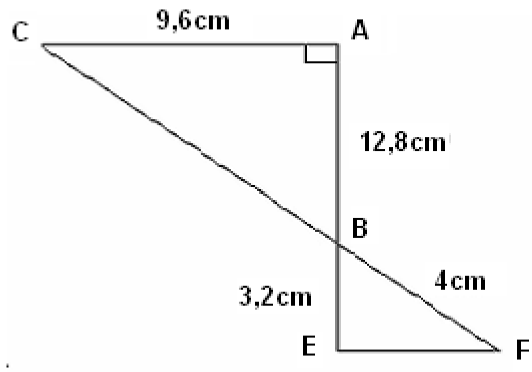
3. Montrer que BD = $2\sqrt{5}$cm. Justifier

4. En justifiant, calculer au degré près, la mesure des angles $\widehat{DBA}$.

5. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{BAD}$.

Exercice 1 : (sur 4)

Toutes les données sont sur la figure.

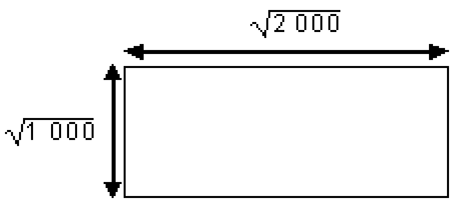


1. Dans le triangle rectangle ABC, calculer BC en justifiant.

2. Démontrer que les droites (AC) et (EF) sont parallèles.

3. En justifiant, en déduire la longueur EF.

Exercice 3 : (sur 3)



Voici un rectangle fait à main levée dont on donne la longueur et la largeur.
Dans cet exercice, on ne travaillera pas qu'avec des valeurs exactes.

1. La longueur est-elle égale au double de la largeur ? Justifier.

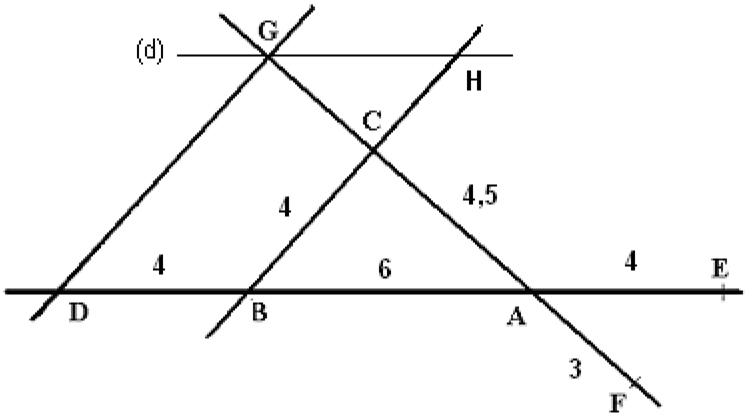
2. Exprimer $\sqrt{2\ 000}$ sous la forme $a\sqrt{5}$, et $\sqrt{1\ 000}$ sous la forme $b\sqrt{10}$ (où *a et* b sont des nombres entiers).

3. Exprimer l'aire du rectangle sous la forme $c\sqrt{2}$ (où *c* est un entier).

Problème (12 points)

Partie A (8 points) .

On donne :
AB = 6 cm
BC = 4 cm
CA = 4.5 cm
AE = 4 cm
AF = 3 cm
BD = 4 cm
(BC) // (DG)



1. Le triangle ABC est-il rectangle ?

2. Calculer les valeurs exactes des longueurs GD, AG puis GC.

3. Démontrer que les droites (EF) et (BC) sont parallèles.

4. On a tracé la droite (d) parallèle à la droite (ED) et passant par le point G. Cette droite (d) coupe la droite (BC) au point H

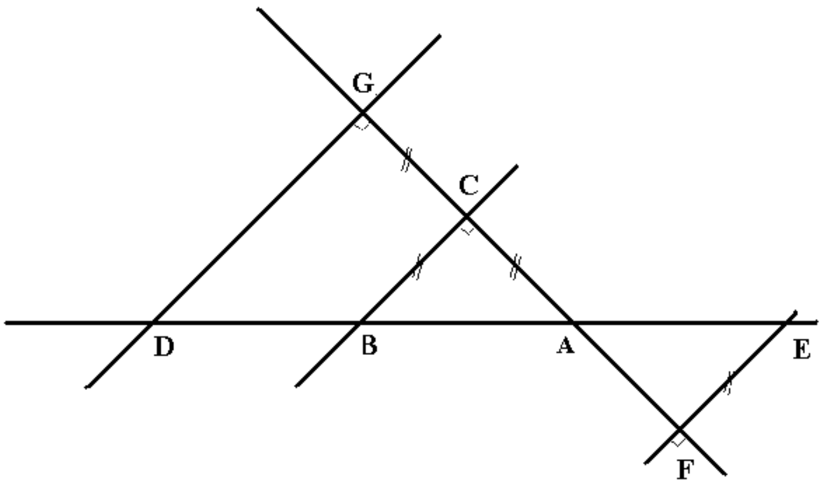
On veut calculer les longueurs GH et HC .

a. Stéphanie affirme :
" Je peux les calculer en utilisant le théorème de Thalès dans les triangles ABC et GHC. "
Comment fait –elle ?

b. Fabien dit :
" Je peux les calculer plus simplement en considérant le quadrilatère BDGH ".
Comment s'y prend-il ?

Partie B (4 points)

On donne :
AC = CG = CB = EF = 3 cm
(EF) $\perp$ (GF)
(BC) $\perp$ (GF)
(GD) $\perp$ (GF)



1. **a.** Quelle est la nature du triangle ABC ?
b. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{CAB}$

2. Montrer que AB = $3\sqrt{2}$cm. Justifier

3. Démontrer que les droites (BC) , (EF) et (GD) sont parallèles.

4. Montrer que longueurs DB , BA et AE sont égales.

$3^{ème}$ partie : Problème (12 points) .

Partie A (8 points) .

1°) $AB^2 = 6^2 = 36$

$AC^2 + BC^2 = 4^2 + 4{,}5^2 = 16 + 20{,}25 = 36{,}25$

D'après le théorème de Pythagore (contraposée), le triangle n'est pas rectangle en C.

2°) (GD) et (BC) sont parallèles, donc d'après le Théorème de Thalès : $\frac{AC}{AG} = \frac{AB}{AD} = \frac{BC}{GD}$

On peut aussi écrire :

$$\frac{AC}{GC} = \frac{AB}{BD}$$
$$\frac{4{,}5}{GC} = \frac{6}{4}$$
$$6GC = 4 \times 4{,}5$$
$$GC = \frac{18}{6} = 3$$

$$\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{GD}$$
$$\frac{6}{6+4} = \frac{4}{GD}$$
$$\frac{6}{10} = \frac{4}{GD}$$
$$6GD = 4 \times 10$$
$$GD = \frac{40}{6} = \frac{20}{3}$$

3°) a- Aurélie : Les droites (EH) et (AB) sont parallèles (d'après l'énoncé) donc, d'après le théorème de Thalès,

$$\frac{CG}{CA} = \frac{CH}{CB} = \frac{GH}{AB}$$

$$\frac{CG}{CA} = \frac{CH}{CB}$$
$$\frac{3}{4{,}5} = \frac{CH}{4}$$
$$4{,}5CH = 4 \times 3$$
$$CH = \frac{12}{4{,}5} = \frac{24}{9} = \frac{8}{3}$$

$$\frac{CG}{CA} = \frac{GH}{AB}$$
$$\frac{3}{4{,}5} = \frac{GH}{6}$$
$$4{,}5GH = 6 \times 3$$
$$GH = \frac{18}{4{,}5} = \frac{36}{9} = 4$$

b- Fabien : Les droites (GD) et (BD) sont parallèles (d'après l'énoncé), les droites (BD) et (GH) aussi (d'après l'énoncé question 3) donc le quadrilatère BDGH est un parallélogramme, ses côtés opposés ont donc même longueur :

GH = DB = 4 et BH = GD = 20/3 d'où $CH = \frac{20}{3} - 4 = \frac{20}{3} - \frac{12}{3} = \frac{8}{3}$

4°) $AE/AB = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ $\quad \frac{AF}{AC} = \frac{3}{4.5} = \frac{2}{3}$ donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (EF) et (BC) sont parallèles.

Partie B – 4 points

1. ABC est un triangle rectangle isocèle. $\widehat{CAB} = \frac{180-90}{2} = 45°$

2. Dans le triangle rectangle ABC, d'après le théorème de Pythagore :
   $AB^2 = BC^2 + AC^2 = 3^2 + 3^2 = 9 + 9 = 18$
   $AB = \sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2}$

3. Les droites (GD), (BC) et (EF) sont parallèles, donc d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AC}{GC} = \frac{AB}{BD}$$
$$\frac{3}{3} = \frac{AB}{BD} = 1$$
$$AB = BD$$

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AC}{AF} = \frac{BC}{EF}$$
$$\frac{AE}{AB} = \frac{3}{3} = 1$$
$$AE = AB$$

Conclusion : AB = BD = AE.